
TAMPEREEN YLIOPISTO
Tieteellisen kirjoittamisen harjoitus

Mika Kähkönen

Kaksoisvirranmaan matematiikka






Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Matematiikka
Maaliskuu 2008

Kaksoisvirranmaan matematiikka

Babylonian tai *Kaksoisvirranmaan matematiikka* tarkoittaa matematiikan historiassa suunnilleen vuosien 2000–300 eKr. välistä ajanjaksoa. Kaksoisvirranmaan matematiikkaa harjoitettiin nykyisin Irakiin kuuluvalla Eufrat- ja Tigris-virran Hedelmällisen puolikuun alueella. Aluetta on kutsuttu myös Kaldeaksi tai Mesopotamiaksi. Tietomme perustuvat savitauluihin kirjoitettuihin nuolenpäämerkintöihin. Tauluja on kymmeniätuhansia, ja osa niistä käsittelee matematiikkaa. [1, 52, 55; 2a.] Toisin kuin Egyptissä, Kaksoisvirranmaalla matematiikassa tapahtui kehitystä: Lukujärjestelmään tulivat murtoluvut, paikkamerkintä ja lopulta myös eräänlainen nollamerkki. Myös laskutoimitukset olivat kehittyneempiä ja tarkempia. [1, 55–56.] Tässä kirjoituksessa käymme läpi lukujärjestelmää ja arvioimme lopuksi Kaksoisvirranmaan matematiikan saavutuksia ja merkitystä.

Kaksoisvirranmaassa käytetty nuolenpääkirjoitus oli kirjoitusjärjestelmä, jossa kirjoitus muodostui nuolenpäitä muistuttavista merkeistä. Se keksittiin noin 3000-luvulla eKr. Merkkijärjestelmä kehittyi vuosien saatossa, kun alueen eri kansat sovelsivat sen omaan kieleensä: sumerit sumeriin, babylonialaiset akkadiin. [2a.] Kaksoisvirranmaa oli jatkuvasti taisteluiden näyttämönä ja vallanpitäjät vaihtuivat useasti: akkatialaiset alistivat sumerilaiset, akkatialaiset taas assimiloituivat assyrialaisiin, assyrialaiset vaihtuivat babylonialaisiin, sitten tulivat elamilaiset, heetit, meedialaiset ja persialaiset, kunnes alueen valtasi Aleksanteri Suuren makedonialaisarmeija 300-luvulla eKr. [1, 52, 56]. Jatkossa käytän alueesta ja sen eri kansoista yhteistä nimitystä babylonialaiset. Suurta virhettä ei tehdä, koska kulttuuri oli varsin yhtenäinen muun muassa kirjoitustavan vuoksi [1, 52].

Kuusikymmenlukujärjestelmä periytyi babylonialaisille varhaisemmilta kansoilta. Yksi selitys luvun 60 tietoiseen valintaan on taivaankappaleiden liikkeissä: maa kiertää auringon 360 päivässä, kuu maan 30 päivässä. Babylonian kansat olivat myös tähtitieteilijöitä. Toinen selitys korostaa luvun 60 sopivuutta: sen voi helposti jakaa kokonaisuksi luvuilla 2, 3, 4, 5, 6, 10 ja 12. On myös muita teorioita, joissa tehdään rohkeitakin oletuksia. [1, 54; 2b.]

Babylonialaisten lukujärjestelmä oli 10- ja 60-kantaisten lukujen yhdistelmä. Lukujärjestelmä vakiintui tällaiseksi noin vuosina 1800–1600 eKr. Luvut yhdestä yhdeksään koostettiin ykköstä tarkoittavasta merkistä , jota lisättiin vierekkäin ja päällekkäin. Luku 9 oli siten . Luku 10 oli oma merkkinsä, , ja kymmenien kanssa toimittiin ykkösmerkkien tapaan aina lukuun 50 asti. Viimeinen oman merkkinsä saanut luku oli 59. [1, 53; 2b.] Esimerkiksi luku 15 oli siis  ja 21 luku . Babylonian lukujen translitteroimisessa käytetään paikan erottamiseen yleensä pilkkua ja

murtoluvulle puolipistettä [1, 57]. Luku $\Upsilon \Upsilon \lll$ eli *yksi kuusikymmen, yksi kokonainen ja yksi puolikas* kirjoitetaan siten 1,1;30. Tämä on kymmenkantaisena normaalina lukuna 61,5.

Varhaiset lukujärjestelmät lisäävät merkkejä merkkien perään tuottaakseen suuria lukuja. Esimerkiksi 5000 on roomalaisin numeroin MMMMM. Babylonialaiset taas keksivät jo 2000-luvulla eKr., että paikka voisi määrätä merkin arvon. [1, 54–55.] He tarkoittivat merkinnällä 𒍪 𒍪 samaa kuin me tarkoitamme merkinnällä 99, vain kantaluku on eri. Meidän 10-lukujärjestelmäsämme luku 99 tarkoittaa samaa kuin $9 \cdot 10^1 + 9 \cdot 10^0$. Summassa luvun 10 eksponentti kasvaa vasemmalle päin mentäessä. Babylonialaisilla luku 𒍪 𒍪 tarkoitti vastaavasti lukua $9 \cdot 60^1 + 9 \cdot 60^0$ eli 549.

Babylonialaiset eivät jääneet tähän, vaan heillä sama luku tarkoitti mitä tahansa kahden perättäisen eksponentin summaa: esimerkiksi lukua $9 \cdot 60^2 + 9 \cdot 60^1$ eli 32940 tai jopa lukua $9 \cdot 60^1 + 9 \cdot 60^{-2}$, joka on siis murtoluku. Osittain lukujärjestelmänsä tämän ominaisuuden ansiosta he saivat hyvin tarkkoja arvoja. Heidän likiarvonsa luvulle $\sqrt{2}$ oli 1,414222, joka eroaa tarkasta arvosta alle sadastuhannesosan verran. Järjestelmän ongelmana kuitenkin oli, että vain asiayhteydestä voitiin päätellä, mitä lukua kulloinkin tarkoitetaan. Lisäksi ennen nollamerkin keksimistä 300-luvulla eKr., luku 𒍪 𒍪 saattoi tarkoittaa lukua $9 \cdot 60^3 + 9 \cdot 60^1$ tai vaikka $9 \cdot 60^{10} + 9 \cdot 60^{-15}$. [1, 56–57, 2b.]

O'Connor ja Robertson muistuttavat lisäksi, että "lähes kaikki Babylonian matemaattiset saavutukset" [2c, käänös oma] ovat hävinneet eivätkä runsaslukuiset säilyneet taulut välttämättä edes kerro Babylonian parhaasta matemaattisesta osaamisesta. Kaiken kaikkiaan babylonialainen matematiikka kuitenkin näyttää olevan vain harjoitustehtävien ratkaisukokoelmia. Jos yleisiä sääntöjä olisikin kehitetty, mitään todisteita niistä ei ole säilynyt. Silti on Boyerin tapaan [1, 75] ihmeteltävä, miten olisi voitu ilman yleisiä laskusääntöjä ratkaista niitä lukuisia erikoistapauksia, joita savitauluista luetaan. Voisimmekin helposti uskoa, että babylonialaisilla kuitenkin oli jonkinlaisia yleisiä sääntöjä, joilla he ratkoivat [ks. 1, 62–66] toisen ja kolmannen asteen yhtälöitä. He eivät kuitenkaan näytä tienneen, milloin heidän tuloksensa olivat tarkkoja ja milloin likiarvoja. [1, 75–77.]

Babylonialaiset tunsivat Pythagoraan teoreemana tunnetun lauseen ja erilaisia ratkaisualgoritmeja [1, 57–58; 2c]. Yhteys Pythagoraaseen on kuitenkin arvailujen varassa, vaikka Pythagoras matkustelikin paljon Lähi-idässä ja sai sieltä vaikutteita. Babylonialaisten matematiikan perintö kulkeutui Eurooppaan ja muualle maailmaan myöhemmin arabien välityksellä, ja näkyy ennen muuta kalenterissamme: vuotemme on hieman yli 6 kertaa 60 päivää, päivän tuntien lukumäärä 12 on luvun 60 viidesosa ja tuntimme jakaantuu 60 minuuttiin.

Lähteet

- [1] Boyer, Carl. *Tieteiden kuningatar, Matematiikan historia, osa I*. Art House, Juva, 1994. 51–77
- [2] O'Connor, J. J. ja Robertson, E. F.. *History Topics: Babylonian mathematics*. University of St. Andrews, 2000. Viitattu 22.2.2008.

<http://www-groups.dcs.st-andrews.ac.uk/~history/Indexes/Babylonians.html>

Lähde jakautuu kolmeen alasivuun, jotka ovat:

- [2a] *An overview of Babylonian mathematics*.

http://www-groups.dcs.st-andrews.ac.uk/~history/HistTopics/Babylonian_mathematics.html

- [2b] *Babylonian numerals*.

http://www-groups.dcs.st-andrews.ac.uk/~history/HistTopics/Babylonian_numerals.html

- [2c] *Pythagoras's theorem in Babylonian mathematics*.

http://www-groups.dcs.st-andrews.ac.uk/~history/HistTopics/Babylonian_Pythagoras.html